

# Wykład 1\_2

## Algorytmy sortowania tablic

### Sortowanie bąbelkowe

#### Elementy języka stosowanego do opisu algorytmu

Elementy	Poziom koncepcji	Poziom projektu
<b>I. Struktury sterujące</b> 1. bezpośrednie następstwo (A, B - czynności)	(1) wykonaj A, (2) a potem wykonaj B	(1) wykonaj A (2) wykonaj B
0. wybór warunkowy lub rozgałęzienie warunkowe (Q - warunek; A, B - czynności)	jeśli Q, to wykonaj A, jeśli Q, to wykonaj A, w przeciwnym razie wykonaj B	jeśli Q, to A jeśli Q to A, w przeciwnym razie B;
0. iteracja ograniczona (A - czynność; N - pewna liczba)	wykonaj A [dokładnie] N razy	wykonaj, co następuje, [dokładnie] N razy
0. iteracja warunkowa (Q - warunek, A - czynność X, N - pewne liczby)	wykonuj A aż do Q lub dopóki Q, wykonuj A	wykonuj, co następuje, aż $X < N$ dopóki $X < N$ , wykonuj, co następuje
0. składanie struktur sterujących np. iteracje zagnieżdżone czyli pętle zagnieżdżone (N, M - pewne liczby, A - czynność)	(1) wykonaj , co następuje, [dokładnie] N razy: (1.0) wykonaj A [dokładnie] M razy	(0) wykonuj, co następuje, [dokładnie] N razy: (1.0) wykonaj, co następuje, [dokładnie] M razy: (1.1.1).....
<b>II. Struktury danych:</b> 0. zmienne zawierające jedna daną (A - nazwa zmiennej ← wstawianie danej z prawej strony strzałki do zmiennej po lewej stronie strzałki		$A \leftarrow 1$
2. tablice jednowymiarowe (T - nazwa tablicy; X - numer elementu)		T (X) - element tablicy o numerze X,
3. tablice dwuwymiarowe (T - nazwa tablicy X - numer wiersza Y - numer kolumny)		T (X, Y) - element tablicy T o numerze wiersza X i numerze kolumny Y

## 1. Ogólne sformułowanie algorytmu sortowania bąbelkowego - poziom koncepcji

### Algorytm sortowania $N$ elementów:

- (1) wykonaj, co następuje,  $N - 1$  razy
  - (1.1) wskaż na pierwszy element;
  - (1.2) wykonaj, co następuje,  $N - 1$  razy:
    - (1.2.1) porównaj wskazany element z elementem następnym
    - (1.2.2) jeśli porównywane elementy są w niewłaściwej kolejności, zamień je miejscami;
    - (1.2.3) wskaż na następny element.

## 2. Uściślenie algorytmu sortowania bąbelkowego - poziom projektu

### Algorytm sortowania $N$ elementów:

- (1)  $i \leftarrow 1$ ;
- (2) dopóki  $i \leq N - 1$ , wykonuj co następuje:
  - (2.1)  $j \leftarrow 1$ ;
  - (2.2) dopóki  $j \leq N - i$ , wykonuj, co następuje:
    - (2.2.1) jeśli  $T(j + 1) < T(j)$ , to zamień je;
    - (2.2.2)  $j \leftarrow j + 1$ ;
  - (2.3)  $i \leftarrow i + 1$ ;

Uwagi:

1. W algorytmie sortowania występują dwie pętle: pętla zewnętrzna **(2)**, pętla wewnętrzna **(2.2)**.

2. Powtórzenia działań w pętlach są numerowane następująco:

- pętla **(2)** za pomocą zmiennej od  $i = 1$  do  $N - 1$
- pętla **(2.2)** za pomocą zmiennej  $j = 1$  do  $N - i$ .

Lp	Numery elementów tablicy $T$							
$i/j$	1	2	3	4	5	6	7	8
1/2	Francja	<b>Grecja</b>	<b>Albania</b>	Egipt	Cypr	Hiszpania	Belgia	Dania
1/3	Francja	Albania	<b>Grecja</b>	<b>Egipt</b>	Cypr	Hiszpania	Belgia	Dania
1/4	Francja	Albania	Egipt	<b>Grecja</b>	<b>Cypr</b>	Hiszpania	Belgia	Dania
1/6	Francja	Albania	Egipt	Cypr	Grecja	<b>Hiszpania</b>	<b>Belgia</b>	Dania
1/7	Francja	Albania	Egipt	Cypr	Grecja	Belgia	<b>Hiszpania</b>	<b>Dania</b>
	<i>Francja</i>	<i>Albania</i>	<i>Egipt</i>	<i>Cypr</i>	<i>Grecja</i>	<i>Belgia</i>	<i>Dania</i>	<b><i>Hiszpania</i></b>
2/1	<b>Francja</b>	<b>Albania</b>	Egipt	Cypr	Grecja	Belgia	Dania	<b><i>Hiszpania</i></b>
2/2	Albania	<b>Francja</b>	<b>Egipt</b>	Cypr	Grecja	Belgia	Dania	<b><i>Hiszpania</i></b>
2/3	Albania	Egipt	<b>Francja</b>	<b>Cypr</b>	Grecja	Belgia	Dania	<b><i>Hiszpania</i></b>
2/5	Albania	Egipt	Cypr	Francja	<b>Grecja</b>	<b>Belgia</b>	Dania	<b><i>Hiszpania</i></b>
2/6	Albania	Egipt	Cypr	Francja	Belgia	<b>Grecja</b>	<b>Dania</b>	<b><i>Hiszpania</i></b>
	<i>Albania</i>	<i>Egipt</i>	<i>Cypr</i>	<i>Francja</i>	<i>Belgia</i>	<i>Dania</i>	<b><i>Grecja</i></b>	<b><i>Hiszpania</i></b>
3/2	Albania	<b>Egipt</b>	<b>Cypr</b>	Francja	Belgia	Dania	<b><i>Grecja</i></b>	<b><i>Hiszpania</i></b>
3/4	Albania	Cypr	Egipt	<b>Francja</b>	<b>Belgia</b>	Dania	<b><i>Grecja</i></b>	<b><i>Hiszpania</i></b>
3/5	Albania	Cypr	Egipt	Belgia	<b>Francja</b>	<b>Dania</b>	<b><i>Grecja</i></b>	<b><i>Hiszpania</i></b>
	<i>Albania</i>	<i>Cypr</i>	<i>Egipt</i>	<i>Belgia</i>	<i>Dania</i>	<b><i>Francja</i></b>	<b><i>Grecja</i></b>	<b><i>Hiszpania</i></b>
4/3	Albania	Cypr	<b>Egipt</b>	<b>Belgia</b>	Dania	<b><i>Francja</i></b>	<b><i>Grecja</i></b>	<b><i>Hiszpania</i></b>
4/4	Albania	Cypr	Belgia	<b>Egipt</b>	<b>Dania</b>	<b><i>Francja</i></b>	<b><i>Grecja</i></b>	<b><i>Hiszpania</i></b>
	<i>Albania</i>	<i>Cypr</i>	<i>Belgia</i>	<i>Dania</i>	<b><i>Egipt</i></b>	<b><i>Francja</i></b>	<b><i>Grecja</i></b>	<b><i>Hiszpania</i></b>
5/2	Albania	<b>Cypr</b>	<b>Belgia</b>	Dania	<b><i>Egipt</i></b>	<b><i>Francja</i></b>	<b><i>Grecja</i></b>	<b><i>Hiszpania</i></b>
	<i>Albania</i>	<i>Belgia</i>	<i>Cypr</i>	<b><i>Dania</i></b>	<b><i>Egipt</i></b>	<b><i>Francja</i></b>	<b><i>Grecja</i></b>	<b><i>Hiszpania</i></b>

**Tab.1. Sortowanie bąbelkowe łańcuchów**

Uwaga: Kolumna  $Lp$  zawiera numery stanów pętli zewnętrznej  $i$  oraz wewnętrznej  $j$ , natomiast każdy wiersz odpowiada zawartości elementów tablicy  $T$  w stanie  $i/j$  przed zamianą elementów  $j$  z  $j+1$

### 3. Realizacja

#### 3.1. Program ELI2D

The screenshot displays the Elbox Laboratory of Informatics 2.01 software interface. The main window shows a flowchart editor with a central workspace containing a complex flowchart with various operations and decision points. The flowchart is composed of yellow boxes and lines on a green background. The interface includes a menu bar (Plik, Edycja, Szukaj, Widok, Wykonanie, Opcje, Okna, Pomoc) and a toolbar with various icons for editing and execution. A vertical toolbar on the left contains icons for different flowchart symbols. A vertical toolbar on the right contains icons for different views and settings. A status bar at the bottom shows the text "Odczyt z tablicy: <j><0> -> a".

In the bottom right corner, a window titled "Złożoność" (Complexity) displays a table of operation counts:

Operacja	Liczba
Dodawanie	140
Odejmowanie	0
Mnożenie	0
Dzielenie	0
Moduł	0
Przypisanie	57
Porównanie	93
Wywołanie procedury	48
Funk. trygonometryczne	0
Funk. logarytmiczne	0
Inne funkcje	0
Odwołania do tablicy	96
Odwołania do taśmy	0

## 3.2. Realizacja w C/C++

```
#include <stdlib.h>
```

```
#include <stdio.h>
```

```
#include <conio.h>
```

```
typedef int element;
```

```
const long N=20000L;
```

```
const int m=10;
```

```
inline void zamien(element &a, element &b);
```

```
inline void porownaj_zamien(element &a, element &b);
```

```
void wypelnij(element t[], long& ile);
```

```
void wyswietl(element t[], long ile);
```

```
void babelki(element t[], long l, long p);
```

```
void main()
```

```
{ element * t=new element[N];
```

```
  long ile=0;
```

```
  wypelnij(t,ile);    // ile po zakończeniu funkcji jest równe N
```

```
  babelki(t,0,ile-1); // ile-1 jest równe N-1; 0 jest indeksem pierwszego elementu  
                      //tablicy, ile- jest indeksem ostatniego elementu tablicy
```

```
  wyswietl(t,ile);
```

```
  getch();
```

```
}
```

```
inline void zamien(element &a, element &b)
```

```
{  element pom = a;
```

```
  a=b;
```

```
  b=pom;
```

```
}
```

```
inline void porownaj_zamien(element &a, element &b)
```

```
{  if (b<a) zamien(a,b); }
```

```
void babelki(element t[], long l, long p)
```

```
{ for( long i =l; i<p; i++)
```

```
  for (long j=l;j<p-i; j++)
```

```
    porownaj_zamien(t[j], t[j+1]);
```

```
}
```

```

void wypelnij(element t[], long& ile)
{
    srand(3);
    for (long i=0; i<N; i++)
        t[i]=rand();
    ile=N;
}

void wyswietl(element t[], long ile)
{
    for (long i=0; i<ile; i++)
    {
        printf("%d \n", t[i]);
        if (i%20==0)
        {
            char z=getch();
            if (z=='k') return; }
        }
    printf("%ld \n", ile);
}

```

## 4. Badanie czasochłonności algorytmu

**Analiza algorytmów** polega na określeniu zasobów, jakie są potrzebne do ich wykonania.

**Zasobami** są:

- czas wykonania
- pamięć
- szerokość kanału komunikacyjnego
- układy logiczne.

**Modelem obliczeń** jest jednoprocessorowa maszyna z dostępem swobodnym do pamięci (RAM - Random Access Machine). Algorytmy są realizowane jako programy komputerowe, a instrukcje są wykonywane sekwencyjnie.

**Czas wykonania** jest zależny od **rozmiaru danych wejściowych**.

**Rozmiar danych wejściowych** jest zależny od związanego z nimi rozważanego problemu np.:

- sortowanie - liczba danych do posortowania
- mnożenie dwóch liczb - liczba bitów do reprezentowania danych w postaci binarnej
- problemy z danymi w postaci grafów - liczby wierzchołków i krawędzi.

**Czas działania algorytmu** dla konkretnych danych wejściowych jest wyrażony liczbą wykonanych prostych (elementarnych) operacji lub „kroków”.

Zakłada się, że operacja elementarna jest maszynowo niezależna. Czas wykonania  $i$ -tego wiersza programu wymaga czasu  $c_j$ .

## Analiza algorytmu sortowania bąbelkowego

Lp		Koszt	Liczba wykonań	
1	<b>for( long i =0; i&lt;N-1; i++)</b>	$c_1$	$N$	
2	<b>for (long j=0;j&lt;N-1-i; j++)</b>	$c_2$	$t_j = N - i + 1;$	$\sum_{i=1}^{N-1} (N - i + 1)$
3	<b>porównaj_zamien(t[j],t[j+1]);</b>	$c_3$	$t_{j-1}=N-i+1-1=N-i;$	$\sum_{i=1}^{N-1} (N - i)$
4	<b>if (b&lt;a)</b>	$c_4$	$t_{j-1}=N-i+1-1=N-i;$	$\sum_{i=1}^{N-1} (N - i)$
5	<b>zamien(a,b);</b>	$c_5$	$t_{j-1}=N-i+1-1=N-i;$	$\sum_{i=1}^{N-1} (N - i)$
6	<b>{</b> <b>  element pom=a;</b>	$c_6$	$t_{j-1}=N-i+1-1=N-i;$	$\sum_{i=1}^{N-1} (N - i)$
7	<b>  a=b;</b>	$c_7$	$t_{j-1}=N-i+1-1=N-i;$	$\sum_{i=1}^{N-1} (N - i)$
8	<b>  b=pom;</b> <b>}</b>	$c_8$	$t_{j-1}=N-i+1-1=N-i;$	$\sum_{i=1}^{N-1} (N - i)$

$$\begin{aligned}
 T(N) &= c_1 N + c_2 \sum_{i=1}^{N-1} (N - i + 1) + \\
 & c_3 \sum_{i=1}^{N-1} (N - i) + c_4 \sum_{i=1}^{N-1} (N - i) + c_5 \sum_{i=1}^{N-1} (N - i) + c_6 \sum_{i=1}^{N-1} (N - i) + c_7 \sum_{i=1}^{N-1} (N - i) + c_8 \sum_{i=1}^{N-1} (N - i) = \\
 &= c_1 N + c_2 \left( \frac{N(N+1)}{2} - 1 \right) + (c_3 + c_4 + c_5 + c_6 + c_7 + c_8) \left( \frac{N(N+1)}{2} - N \right) = \\
 &= c_1 N + c_2 \frac{1}{2} (N^2 + N) - c_2 + (c_3 + c_4 + c_5 + c_6 + c_7 + c_8) \frac{1}{2} (N^2 - N) = \\
 &= N^2 \frac{1}{2} (c_2 + c_3 + c_4 + c_5 + c_6 + c_7 + c_8) + \\
 & N \left( c_1 + \frac{1}{2} c_2 - \frac{1}{2} c_3 - \frac{1}{2} c_4 - \frac{1}{2} c_5 - \frac{1}{2} c_6 - \frac{1}{2} c_7 - \frac{1}{2} c_8 \right) - c_2
 \end{aligned}$$

$$T(N) \approx c'' N^2 + c''' N$$

**Wniosek:** Dla dużych **N** czas wykonania algorytmu sortowania bąbelkowego zależy od kwadratu liczby danych.